

VI. КОЛЕБАНИЯ.

Колебательным движением называют такой тип движения, которое через определенный промежуток времени (период) повторяется или почти повторяется. Почти повторяются затухающие колебания.

1. Гармонические колебания.

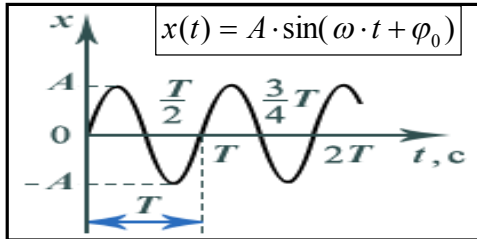
Гармонические колебания – полностью повторяющиеся колебания, при которых координата точки меняется по закону синуса или косинуса:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

или

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0^1)$$

где $x(t)$ – координата точки (смещение точки от положения равновесия) в данный момент времени; A – амплитуда колебаний; $(\omega \cdot t + \varphi_0)$ – фаза колебаний; ω – циклическая частота; φ_0 – начальная фаза.



2. Скорость гармонических колебаний

Скорость гармонических колебаний есть первая производная координаты по времени:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0);$$

$$V_X(t) = x'(t) = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

где $V_{\max} = A \cdot \omega$ – амплитудное значение скорости.

3. Ускорение гармонических колебаний

Ускорение гармонических колебаний есть первая производная от скорости по времени:

$$V_X(t) = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0);$$

$$a_X(t) = V'_X(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

где $a_{\max} = A \cdot \omega^2$ – амплитудное значение ускорения.

4. Равнодействующая сила гармонических колебаний

$$F_X = m \cdot a_X(t) = -m \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0).$$

где $F_{\max} = m \cdot A \omega^2$ – амплитудное значение равнодействующей силы.

5. Кинетическая энергия гармонических колебаний

$$W_K = \frac{m \cdot V_X^2}{2} = \frac{m \cdot A^2 \cdot \omega^2}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{(1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t + 2 \cdot \varphi_0))}{2}$$

где $W_{K \max} = \frac{m \cdot A^2 \omega^2}{2}$ – амплитудное значение кинетической энергии. Частота колебаний кинетической энергии увеличивается в 2 раза и равна $2 \cdot \omega$.

6. Потенциальная энергия гармонических колебаний пружинного маятника

$$W_P = \frac{k \cdot x^2(t)}{2} = \frac{m \cdot A^2 \cdot \omega^2}{2} \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{(1 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t + 2 \cdot \varphi_0))}{2}$$

где $W_{P \max} = \frac{m \cdot A^2 \omega^2}{2}$ – амплитудное значение потенциальной энергии. Частота колебаний потенциальной энергии увеличивается в 2 раза и равна $2 \cdot \omega$.

ВАЖНО! Координата, скорость и ускорение при гармонический колебаниях колеблются с одинаковой циклической частотой ω . Кинетическая и потенциальная энергии колеблются с удвоенной циклической частотой $2 \cdot \omega$.

7. Основные понятия.

а) **Амплитуда колебаний** – величина наибольшего смещения точки от положения равновесия. Обозначение – A (X_{\max}), единицы измерения – м.

б) **Фаза колебаний** – это величина, стоящая под знаком синуса или косинуса $(\omega \cdot t + \varphi_0)$. Единицы измерения – рад.

в) **Период колебаний** – это время одного полного колебания, т.е.: $T = \frac{t}{N}$ Единицы измерения – с.

г) **Частота колебаний** – это число колебаний в единицу времени, т.е.: $\nu = \frac{N}{t}$ Единицы времени – Гц (Герц).

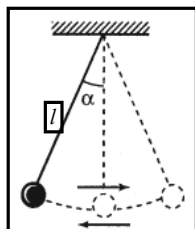
д) **Циклическая частота** – это число колебаний за 2π секунд. Единицы измерения $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

I. КОЛЕБАНИЯ.

8. Математический маятник.

Математический маятник – это материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити.



а) Период колебаний маятника находится по формуле:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

б) Частота вычисляется из формулы:

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

в) циклическая частота математического маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

г) Максимальная скорость математического маятника:

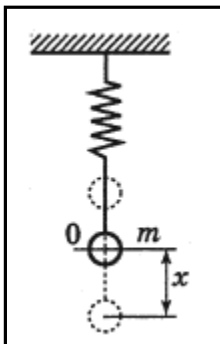
$$V_{max} = A \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

е) Максимальное ускорение математического маятника:

$$a_{max} = A \cdot \frac{g}{l}$$

9. Пружинный маятник.

Пружинный маятник – это тело, подвешенное на пружине и совершающее колебания вдоль вертикальной или горизонтальной оси под действием силы упругости пружины..



а) Период колебаний маятника находится по формуле:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

б) Частота вычисляется из формулы:

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

в) циклическая частота математического маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

г) Максимальная скорость математического маятника:

$$V_{max} = A \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

е) Максимальное ускорение математического маятника:

$$a_{max} = A \cdot \frac{k}{m}$$

II. МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Механическая волна – это процесс распространения механических колебаний.

10. Продольные и поперечные волны.

Волны, в которых колебания частиц происходят вдоль направления распространения волны, называются продольными.

Волны, в которых колебания частиц происходят перпендикулярно направлению распространения волны, называются поперечными.

11. Длина волны.

Длина волны – это расстояние, на которое волна распространяется за один период, т. е. это кратчайшее расстояние между двумя точками среды, разность фаз колебаний составляет $2 \cdot \pi$. Обозначение – λ , единицы измерения – м.

$$\lambda = V \cdot T = \frac{V}{\nu}$$

где V, T, ν – соответственно скорость распространения волны, период и частота распространения волны.